

研究ノート

「質量」の話題あれこれ

Some topics about "mass"

佐野 元昭

桐蔭横浜大学医用工学部

(2020年3月16日 受理)

I. はじめに

我々は、常に重力を感じて生活している。それゆえ、「質量」は最も身近な物理量の一つである。また自然科学においても、質量は、長さ・時間と共に力学の基本量である。

しかし、質量とは何か？と問われると、誰しも困ってしまう。実は、最新の物理学においても、質量は分からない点が多い。

本稿では、このような質量のあれこれについて、基礎的な話から最近の話題まで、私の興味を交えて紹介する。

II. 重力質量と慣性質量

1. 万有引力の法則

ニュートンは、木から落ちる林檎を見て「万有引力」に気づいたと言われているが、質量 $M[\text{kg}]$ と $m[\text{kg}]$ の物体同士は、重心間の距離 $r[\text{m}]$ の2乗に反比例する力

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad [\text{N}] \quad (1)$$

で互いに引き合う（万有引力の法則）。ここで、 G は万有引力定数と呼ばれ、およそ

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2} \quad (2)$$

のような値を持つ。

2. ニュートンの運動の法則

ニュートンの運動の法則は、第一法則（慣性の法則）、第二法則（運動の法則）、第三法則（作用反作用の法則）から成り、第二法則より、質量 $m[\text{kg}]$ の物体に生じる加速度 $a[\text{m/s}^2]$ は、それに働く力 $F[\text{N}]$ に比例し、

$$ma = F \quad (3)$$

で与えられる（ニュートンの運動方程式）。

式(3)より、質量 m が大きいほど、力 F に対する加速度 a （すなわち速度変化）は小さくなる。すなわち「慣性」が増加する。そこで、式(3)の質量 m を「慣性質量」という。

それに対し、万有引力（重力）の原因となる式(1)の質量を「重力質量」という。

3. 等価原理

重力質量 m_G 、慣性質量 m_I の物体が、地球上で万有引力を受けて落下する場合、この物体の運動方程式は、地球の重力質量を M 、半径を R とすると、式(1)、(3)より

$$m_I a = G \frac{M m_G}{R^2} \quad (4)$$

となる。ここで a は物体の加速度である。

ところで、重い物体ほど加速しにくいので、慣性質量 m_I と重力質量 m_G は比例関係にあると思われる。そこで $m_I = m_G = m$ とおく。これを「等価原理」という。実は、式(2)の G の値は、等価原理を前提としている。

等価原理の下では、式(4)は物体の質量 m に依らないので、重力を、電場のような空間の性質(重力場)で考えることができ、地表では必ず $a = 9.8 \text{ m/s}^2$ になる。これを重力加速度と呼び、 g と書く。また、式(4)より

$$g = \frac{GM}{R^2} (= 9.8 \text{ m/s}^2) \quad (5)$$

である。式(1)、(5)より、質量 m [kg] が地表で受ける重力は、 $F = mg$ [N] となる。

ちなみに、地球の半径 R は約 6,400 km であるから、式(5)から地球の質量が求まり、それはおよそ $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ となる。

III. 質量の正体

1. 光速度不変の原理と特殊相対性理論

ニュートンの運動の第一法則(慣性の法則)が成り立つ座標系を「慣性系」というが、慣性系に対し等速度運動する座標系も慣性系であり、両者は力学的に等価である(ガリレイの相対性)。そこでアインシュタインは、慣性系は電磁気の法則を含めて等価(相対的)であり、光速はすべての慣性系で等しいと考えた(特殊相対性)。これを光速度不変の原理という。そして、これに基づいて構築されたのが、特殊相対性理論である。

それに対し、光の媒質とされる「エーテル」を絶対静止系とする立場もあり、それを示すための実験が 1887 年に行われた(マイケルソン-モーリーの実験)。しかし、結局エーテルの効果は検出されず、光速度不変の原理を示す結果になった(絶対静止系の否定)。

2. 静止エネルギー

詳細は割愛するが、特殊相対性理論により、

同時刻の相対性、長さの縮み、時間の遅れなどの非日常的な現象が導かれるが、相対論的に運動量保存則を考えると、速さ v [m/s] で進む質量 m [kg] の物体のエネルギーは、光速 $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ を用いて

$$E = \frac{m}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} c^2 \quad [\text{J}] \quad (6)$$

で与えられる。よって、 $v = 0$ でも

$$E = mc^2 \quad [\text{J}] \quad (7)$$

というエネルギーを持つ。これを静止エネルギーという。これは、静止した質量 m [kg] に内在するエネルギーであり、その莫大さから、原子爆弾開発の根拠となった。

3. 電子対生成・電子対消滅

電子 e^- は負電荷を持つが、実は正電荷を持つ電子 e^+ もある。これを陽電子(positron)といい、1928 年、量子電磁力学(ディラック方程式)により予言され、1932 年、アンダーソンによって霧箱で発見された。その際、 γ 線が電子 e^- と陽電子 e^+ の対に変化する現象も発見され、これを電子対生成という。

また逆に、陽電子が電子と出会うと、この対は消滅し、互いに真逆に進む 2 個の γ 線が発生する。これを電子対消滅という。陽電子のように、電荷が反対の素粒子を反粒子というが、反粒子はすぐに対消滅してしまう。

さて、振動数 ν [Hz] の光子のエネルギーは、プランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ を用いて

$$E = h\nu \quad [\text{J}] \quad (8)$$

で与えられるので、電子対が消滅し、2 個の光子になったとすると、その振動数は、電子の質量を $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ とすると、式(7)、式(8)より、 $\nu = m_e c^2 / h = 1.2 \times 10^{20} \text{ Hz}$ となる。これは、 γ 線の振動数に他ならない。

電子対消滅は、電荷は保存するが、質量は保存せず消滅する。これは信じ難い現象であるが、実際に陽電子放出断層撮影(PET, Positron Emission Tomography)にも利用されており、紛れもない事実である。

4. 陽子の質量

陽子は 2 個のアップクォーク (u) と 1 個のダウンクォーク (d) から成るが、u 単体の質量は、高々電子質量 m_e の 5 倍、d は 10 倍とされる。よって、陽子の質量は、 m_e の 20 倍に過ぎないはずである。しかし、実際に観測される陽子の質量は、 m_e の 1836 倍である。よって、陽子の質量の大半は、クォークの結合エネルギーと考えられる。

このように、質量の正体は粒子の静止エネルギーや結合エネルギーであり、質量はその姿に過ぎないことが分かる。そしてこれが、重力と慣性をもたらすと考えられる。

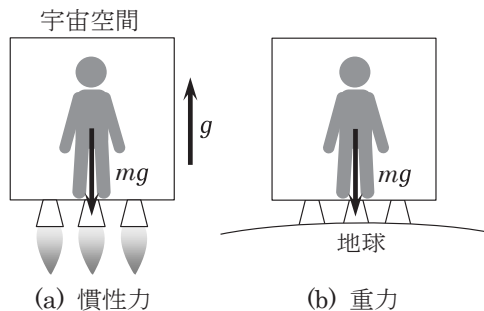


図1 慣性力と重力

によれば、(a)でも同じ放物線を描く。この理由は、宇宙船が加速する一方で、物体は加速しないので、物体は、宇宙船に対して遅れながら、横に等速に進むためと考えてもよい。

次に、この宇宙船内で、レーザ光線を水平に放射する場合を考える。

まず、(a)の船内を考えてみると、もし、宇宙船が加速していなければ、光線は横にまっすぐ進むと考えられる（特殊相対性）。しかし、宇宙船が加速中の場合、等速度で横に直進する光線に対して、宇宙船は上に加速するので、上記と同じ理由で、船内から見た光線は放物線を描いて曲がる。

そこでアインシュタインは、等価原理を拡張し、図 1(b)の場合においても、(a)と同様に、光線は重力の向きに曲がる考えた。

IV. 質量は空間を曲げる？

1. 等価原理と一般相対性理論

一般相対性理論は、よく知られているように、アルバート・アインシュタインによって導かれた理論であり、その基礎方程式は、

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^2}T_{\mu\nu} \quad (9)$$

である（アインシュタイン方程式）¹⁾。詳細は割愛するが、その出発点は等価原理である。

2. 思考実験

エレベータが上昇し始めると、体が重く感じる。これは、加速する座標系では、慣性力という見かけの力が生じるためであり、たとえば、図 1(a)のように、無重力空間を加速度 g で加速する宇宙船内にいる質量 m の人は、 g と逆向きに慣性力 mg を受ける。

一方、この宇宙船が、同図(b)のように、重力加速度 g の地上に静止していれば、船内の人は、重力 mg を受ける。

この場合、(a)は慣性質量、(b)は重力質量に関係するが、等価原理によれば、(a)と(b)の船内は、力学的には互いに区別できない。

さて、この船内で、質量 m の物体を水平に発射する場合を考える。この場合、(b)の船内では、物体は放物線を描くが、等価原理

3. 質量による空間のゆがみ

光は電磁波であり、光子は光速 c で進むので、質量はない。そこでアインシュタインは、光が曲がるのは、重力が働くためでなく、地球の質量がまわりの空間を曲げるためと考えた。すなわち、光はフェルマーの原理に従い最短距離を進んでいるが、空間が曲がっているため、そこを通る光も曲がる考えた。

実は、式(9)の左辺は空間のゆがみを表しており、そのゆがみにより、物体に重力が働く。一方、右辺の $T_{\mu\nu}$ は、エネルギー・運動量テンソルと呼ばれ、物質の分布・エネルギー・運動量・応力など、空間のゆがみを与える原因（重力の源）を表している。

4. ブラックホール

光が重力の方に曲がるということは、非常に強い重力下では、光も脱出できないと考えられる。実際、式(9)より、質量 M を半径

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (10)$$

の球内に押し込めると、内部の光は、この半径を超えられないことが導かれる²⁾。この r_s をシュバルツシルト半径という。ここで、 c は光速である。因みに地球の場合、質量は $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg であるから、 $r_s = 8.9$ mm になる。通常このような圧縮は不可能であるが、超新星爆発のような巨大なエネルギーの下では、星の中心部でこのような圧縮が起こり得ると考えられている。

このような天体は、光すら脱出できないためブラックホールと呼ばれるが、その候補が少なからず報告されており、特に昨年 4 月 11 日に日本を含む国際プロジェクト EHT で、人類初のブラックホールの写真を撮影に成功したというニュースは記憶に新しい¹⁾。

5. 重力波

質量の周りの空間がゆがむとなると、質量の振動は空間を波立たせ、その波紋が広がると考えられる。すなわち、重力波の存在が予想される。そして、2015 年、マイケルソン干渉計を利用したアメリカの重力波検出器 LIGO が重力波の直接検出に成功した²⁾。

6. Warp 航法

話は急に SF になるが、宇宙戦艦ヤマト等で有名な warp 航法³⁾ も一般相対性理論に基づいている。warp は「反り」を意味するが、warp 航法とは、図 2 のように空間 (図では三次元空間を一次元の曲線で表している) を曲げて四次元空間 (図では二次元面上) を通って近道することにより、光よりも早く目的地にたどり着く方法である。ただし、空間を都合よく曲げたり、四次元空間を通る技術はないので、これはあくまで SF である。

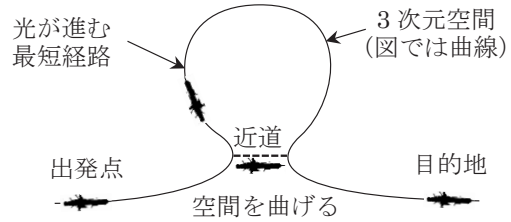


図 2 Warp 航法

V. 慣性の最新理論

1. 標準模型とゲージ理論

素粒子の「標準模型」では、素粒子は、物質を構成するフェルミ粒子 (レプトン (電子とニュートリノ) やクォーク) と、力を媒介するボーズ粒子 (ゲージ粒子 (グルーオン、光子 (フォトン)、ウィークボゾン) やヒッグス粒子) から成る。

ゲージ粒子は、ゲージ変換に対する不変性 (対称性) を持つ粒子であり、光子は、ゲージ対称性のある Maxwell 方程式で記述される電磁場を媒介するゲージ粒子である。ゲージ理論は核力 (強い相互作用) 等に拡張され、それが標準模型の基礎になっている。

2. 真空とゲージ場

物理学における真空とは、何もない空間ではなく電磁界や電磁波の媒質である。すなわち光子 (ゲージ粒子) の場である。同様に、他のゲージ粒子の場でもあり、一般にゲージ場というが、そのポテンシャルは「すり鉢型」で、その基底状態を真空と呼ぶ。そしてその励起状態がゲージ粒子となるが、対称性により、質量項を含むことができない。

3. ヒッグス場

ウィークボゾン (W^\pm, Z) はゲージ粒子であるが質量を持つ。それを説明するために考えられたのがヒッグス場である。ヒッグス場のポテンシャルは、ワイン瓶の底のように、中心より周囲が低く、南部らが導入した自発的な対称性の破れが生じ、基底状態 (真空)

でも期待値は 0 でない。その結果、質量項が現れる。これをヒッグス機構という。

4. フェルミ粒子の慣性

物質を構成するフェルミ粒子も、標準模型では質量を持たないが、ヒッグス場は真空でも 0 でないため、常にフェルミ粒子と相互作用している。その結果、粒子は加速しにくくなる。これがまさに慣性の説明になる。

ただし、これはエネルギー損失なしに粒子の運動の変化を妨げる効果であり、電磁誘導（レンツの法則）と似ている。なお、電磁誘導は磁束変化を妨げ一定の電流を保とうとするので、これは電荷の慣性とも言える。

5. 標準模型の未解決問題

(1) 重力子（グラビトン）

標準模型でも、重力は質量による空間のゆがみに帰着されるが、その量子化がされていないため、重力を媒介するゲージ粒子である重力子（グラビトン）は含まれていない。

(2) ニュートリノの質量

ニュートリノとは電荷のないレプトンであり、電子 e 、 μ 粒子、 τ 粒子に対応して ν_e 、 ν_μ 、 ν_τ が存在する。標準模型ではそれらは質量も 0 と考えられていたが、ニュートリノ振動の発見により質量があることが示された^[3]。

ニュートリノ振動とは、 ν_e 、 ν_μ 、 ν_τ が時間と共に入れ替わる現象であり、ニュートリノに質量があるとうまく説明できる。しかし、その質量の起源は未解決とされている。

VI. 重力の最新理論

1. 超弦理論（超ひも理論）

量子重力理論の有力候補の一つに超弦理論がある。この理論では、素粒子を、プランク長 ℓ_p ^[4] (10^{-35} m) 程度の弦の振動モードと考えることにより、式(1)の原点における発散のような、点による発散を回避して量子化ができる。ちなみに重力子は「閉じた弦」、

他のゲージ粒子は「開いた弦」になる。

ただし、超弦理論では、光子の質量を 0 にする要請から 9 次元（時間を含めて 10 次元）が必要になる（M 理論では+1 次元）。また、フェルミ粒子も弦と考えるためには、超対称性粒子（素粒子のボーズ性とフェルミ性を入れ替えた粒子）も要求される。ただし、超対称性粒子は未確認である。

2. もう 1 種類の質量

この話は、あまり耳にしないが、個人的には気になっているので、紹介しておく。

よく知られているように、静電気力には引力と斥力が存在し、その説明には 2 種類の電荷が必要になる。それらを A, B とすると、A, B の組み合わせと引力・斥力との関係は、表 1 のように 2 通り考えられる。

表 1 相互作用のタイプ

組み合わせ	タイプ I	タイプ II
A-A, B-B	斥力	引力
A-B	引力	斥力

電荷は、もちろん表のタイプ I であり、電荷 A と B が引き合うことで、A と B が均等に混ざった塊ができる。これがまさに我々の世界の物体であるが、この状態では、もはや電荷は 0 と見なせる（電荷の中和）。よって、2 種類の電荷を正と負で表すと、電荷の中和が自動的に説明でき、都合が良い。

ちなみに、もし電荷がタイプ II であったら、A は A 同士、B は B 同士で集まり、それぞれ互いに無縁な A の世界と B の世界が生まれることになる。そしてその世界では、電荷は 1 種類で相互作用は引力のみになる。

ところで、重力質量も 1 種類で相互作用は引力のみであるから、実は、重力質量は表のタイプ II であり、宇宙の彼方に、別れたもう一方の世界があるかも知れない。これはあくまで仮説だが、これ否定する理由もない。

VII. 1 kg の最新の定義

最後に、昨年、130 年ぶりに 1 kg の定義が変更されたので、それについて紹介する。

1. そのものの質量の単位

最初の質量の単位は水 10 の質量であり、それを 1 grave としたが、便宜上その 1/1000 である 1 gramme (1g) が普及した。

しかし、水の密度は温度や気圧によって変化し、さらに気圧の定義に質量を含むという再帰的な定義を避けるため、質量の基準となる原器を作ることになった。ただし、1 g では小さいので、その 1000 倍の原器が作成された。その際、1 grave は採用されず、1000 倍を表す接頭辞 k が付いた 1 kg が採用され、国際キログラム原器 (IPK) となった。

2. 国際キログラム原器

国際キログラム原器は、直径・高さ共に約 39 mm の円柱形で、プラチナ (白金) 90%、イリジウム 10% の合金である。パリ郊外セーヴルの国際度量衡局 (BIPM) に、2 重の気密容器で真空中に保護された状態で保管されている。また、その正確な複製が各国に配布されており、日本にも、つくば市の産業技術総合研究所 (産総研) に保管されている。

3. 最新の定義

他の SI 基本単位とは異なり、キログラムの定義は、最後まで原器 (人工物) に基づいていたが、経年による酸化等で質量が微妙に変化し、また原器が簡単に利用できないなどの不便もあるため、2019 年 5 月 20 日の世界計量記念日に合わせ、原器に頼らない新定義になった。それは以下の通りである。

「キログラム (記号 kg) は質量の SI 単位である。それはプランク定数 h の値を正確に $6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$ Js (または $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$) と定めることによって設定される。ただし、メートルと秒は、それぞれ光速 c および

$\Delta\nu_{\text{Cs}}$ を用いて定義される。」

すなわち、質量はプランク定数を定義定数とすることにより定義される。

kg を実現する方法は様々であるが、これにより、正確にかつキログラム原器が無くても kg の基準が得られることになった。ちなみに、光速 $c = 299\,792\,458$ m/s も定義定数であるから、式(7)と式(8)より、1 kg は周波数 $\nu = c^2/h = \{(299792458)^2/6.62606957\} \times 10^{34}$ Hz の光子のエネルギーに等価な質量になる。

VIII. おわりに

以上のように、慣性と重力を示す質量 (mass) は、物質の量という感覚とは異なり、単なるエネルギーの姿に過ぎないということになる。しかし、これが真実である。

【注】

- 1) 宇宙項と呼ばれる $\Lambda_{\text{宇宙}}$ (Λ :宇宙定数) が、後に左辺に追加された。これは宇宙の膨張やダークマターに関連した項と考えられているが、未解決である。
- 2) ニュートン力学で脱出速度が光速 c になる天体の半径も同じ式になるが、この場合、物体はこの半径の外に行ける。
- 3) Warp の発音はウォープに近いが、日本ではアニメの影響でワープが定着した。
- 4) 式(10)とコンプトン波長 $\lambda_c = h/(mc)$ から $r_s = \lambda_c/\pi$ で決まる質量より $\ell_p = \lambda_c/(2\pi)$ で定義され、 $\ell_p \approx 1.6 \times 10^{-35}$ m の値を持つ。

【参考文献】

- [1] The EHT Collaboration et al., The Astro-physical Journal Letters, Vol. 875, L1-6, 2019.(6 報.)
- [2] B. P. Abbott et al., Phys. Rev. Lett., Vol. 116, 061102, 2016. 他全 12 報.
- [3] 梶田 隆章, 日本物理学会誌, Vol. 53, No.10, pp. 783-784, 1998.