

算額問題に取り組む醍醐味 「安井金比羅宮奉納算題四季詠」の解釈についての一考察

城田 直彦

Tadahiko Shirota : The real pleasure of tackling problems on sangakus, Japanese mathematical votives tablets : Considerations on the interpretation of "Yasuikompira-gu Shrine's Sangaku"

Abstract : The most fun of sangakus, Japanese mathematical votives tablets is "to solve the problems". However, when we in modern times tackle the problems on sangakus, it is thought that there is not just pleasure to solve the problems but other real pleasure, "cleverness in interpretation", "to know the culture, customs and life at the time", "the stance (feeling of play) of the problem preparer". In this paper, the author shows "cleverness in interpretation" using examples. And for those involved in arithmetic and mathematics education, we think that it is important to have these "real pleasure" as a point of view.

Key words : Japanese mathematics, cleverness in interpretation, multiple interpretation

キーワード : 和算, 読み取りの妙, 複数の解釈

I. はじめに

1. 和算と算額

「和算」とは、大まかにいえば、江戸時代、日本で発達した数学のことをいう。ただし、当時は「和算」とは呼ばれておらず、「数学」「算法」「算学」「算術」「算経」のような呼び名で、この中でいちばん多く使われたのが「算法」だったようだ(佐藤,2005,p.9)。明治になり西洋の数学が本格的に導入され、西洋の数学「洋算」に対する形で、「和算」という言葉が生まれた(平野,2014,p.6)。

和算の書物の中でもっとも有名なものが、吉田光由の『塵劫記』(1627)である。一、十、百、千、万、……、無量大数などの位の読み方(命数法)、九九、そろばんの使用法、生活に直結した練習問題などを扱い、当時のベストセラーとなった。『塵劫記』は5度改訂され、「ねずみ算」や「継子立て」などのパズルのような問題も取り入れられ、さらに売り上げを伸ばしたと言われている。しかし、ベストセラーゆえ海賊版が多く出され、それに対抗する形で、1641年の改訂版『新篇塵劫記』には、巻末に答えを載せない12の難題を付けた。このような問題は「遺題」と呼ばれた。やがて、他の人の遺題を解き、自分で作った遺題を書物として出版するという「遺題のリレー」が流行することになる。これは「遺題継承」と呼ばれ、小寺(2007,p.8)はこれが後の和算の発展に大きく寄与したと述べている。有名な和算家である関孝和も遺題を解き、『発微算法』(1674)を出している。

和算家たちの間では、和算の難問が解けた喜びを神仏に感謝したり、学業成就を祈願して絵馬を奉納したりすることが流行した(日本数学検定協会,2015)。これが「算額」である。もちろん、算額を通して、自分が難問を解けたことを誇示したり、挑戦したりすることもあったと思われる。和算家のみならず、一般の数学愛好家も算額を数多く奉納している。自分が解いた問題の発表の場として、書籍というメディアよりも絵馬が手軽であったと考えられる。

算額の魅力について、小寺(2007, p.13, p.29, p.55)は次の3つを上げている。

- ・見て楽しむ
- ・作って楽しむ
- ・解いて楽しむ

算額に掲載される問題は幾何の問題が多く、そのデザインの奇抜さ・美しさには驚かされる。また、算額を「自分も作ってみたい」と思う人も多く、毎年「算額をつくろうコンクール」^{注1)}が開かれている。

2. 算額問題に取り組む「醍醐味」

しかし、算額の最大の魅力は数学(和算)の本質である「解いて楽しむ」ことであろう。もともと算額にはそれを見る人に向けて「この問題を解けるか」と挑むという意図もあるわけだから、「問題を解く」ことはその魅力の一つには違いない。ところが、算額問題は難題が多く、解くことだけを目的にしていると、すぐに壁にぶつかってしまう。

筆者は、算額を目の前にしたとき、問題を解くことだけではもったいないと考える。現代の私たちが算額に取り組む際には、小寺の述べる「3つの魅力」とは別に「醍醐味」とも呼ぶべきいくつかの楽しみ方があると考えている。

現代において算額問題に取り組む場合には、まず、問題の意味を正確に読み取ることから始めるのが普通である。これは、現代の小・中学生が算数・数学の文章問題に取り組む場合と何ら変わらない。しかし、当然のことであるが、算額はそれが作られた当時の言葉で書かれてあり、しかも、口語(話し言葉)ではなく、文語(書き言葉)である。漢文で書かれていることも多い。したがって、現代の私たちが算額問題に取り組むときには、現代の文章題に取り組む以上の労力が必要となる。

また、算額に書かれた問題はたいいていの場合、絵馬などのかぎられたスペースに表記されることから、言葉が足りないことが多い。問題の意味を正確に読み取るためにもっと親切に書いて欲しいところだが、丁寧な説明がなされていない。少ない文面からは解釈の仕方が何通りも存在し、それぞれの解釈についての方法を試さねばならないことがある。また、解釈の仕方が1通りしかないと思われ、正しく計算したはずであるのに、算額に示された答えにたどり着けない場合もある。このような場合は、問題に取り組む側は自分の問題の読み取り(解釈)を疑い、他の解釈ができないか探らなければならない。いずれにせよ、取り組む側が出題者の意図をうまく汲み取る必要がある。

現在の算数・数学の問題において条件不足や複数の解釈があればそれは出題ミスであり、そのようなミスが起こらないように出題者は厳重にチェックを行っている。しかし、問題に複数の解釈が存在しないように注意すると、どうしても問題文が長くなり、問題の持つ「活きのよさ」のようなものが削がれてしまう。一方、算額の問題文は比較的短く、またときには極端に短いときもあり、情報や説明が不足しがちで複数の解釈が考えられることが多い。しかし、だからこそ算額には問題の「活きのよさ」が残っており、また、いかに問題を読み取るか、問題文の言葉や言い回しをどのように解釈するかという、問題を解くこととは異なる楽しさである「読み取りの妙」という「醍醐味」を感じられるのである。

本稿では、いくつかの「醍醐味」のうち、特に「読み取りの妙」について例をあげて紹介する。また、算数・数学教育に携わる者にとって、「醍醐味」を視点として持つことが重要であることを述べる。

II. 算額問題の解釈を巡って

1. 「安井金比羅宮奉納算題四季詠」の「七月問題」

現代における算額の楽しみ方としての「醍醐味」のうち、「読み取りの妙」の例として「安井金比羅宮奉納算題四季詠」の「七月問題」を取り上げる。

安井金比羅宮は、京都市の東山にある元禄8年(1695年)に創建された神社である(図1)。「悪縁を切り、良縁を結ぶ」とい

う「縁切り縁結び碑(いし)」があることで知られ(図2), 現在でも参拝者が絶えない. この神社には「絵馬館」があり, その中に多くの絵馬が収められている. 本稿で紹介する算額は, 縦92cm, 横177cmというサイズで, 天保12年(1841年)に奉納されたものである.

この算額は「算額四季詠」ということで, 12の問題が掲載されている. 三月なら花見, 九月なら菊, 十二月なら餅つきのように, 毎月1問ずつという趣向で, その月に関連した設定の問題が出題されている. この算額が単なる「数学の問題集」ではなく, 現在でいうなら一般向けの「パズル雑誌」のようなものと想像される. この想像が正しいとすれば, 当時の人々が数学を楽しんでいた様子をうかがい知ることができる. この算額は劣化が激しく解説が難しいので, 本稿では近畿数学史学会(1992, pp.16-18)の『近畿の算額』の文面を用いることとする.

「七月問題」は, 資料1のような問題である(原文).

この問題の原文の冒頭「淋しさに……」は, 百人一首の第70番にある良暹法師の歌「寂しさに 宿を立ち出でて ながむれば いづこも同じ 秋の夕暮れ」だと推察される. 現代の算数・数学の問題と比較すると, このようなところから始めるあたりは大変興味深く, 筆者は親しみやすさを感じる.

また, 問題文中に, 「行燈(行灯, あんどん)」が登場する(図3). 現代の一般家庭ではほとんど見られない道具である. 「行灯」とは, 木枠に紙を貼り, 中に油皿を入れて灯火をともし照明道具である(「広辞苑」). 普通は, 室内で使う. その形によって, 丸行灯, 角行灯に分類される.

ほかにも, 和算に特有の用語が多く見られる.



図1 安井金毘羅宮



図2 縁切り縁結び碑

方(ほう)：(一般的には) 正方形

面(めん)：辺

方面(ほうめん)：正方形の一辺

積(せき)：面積, あるいは, 体積

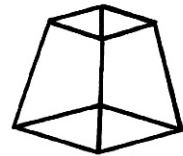
寸(すん)：長さの単位. 現在の1寸は, 約3.03cm

幾干：いくら

これらの単語の意味がわかったとしても, 句読点すらない文章はとても読みづらい. 数学の「問題」に直接関連のある部分を, わかりやすくすると資料2のようになる.

資料1 「算額四季詠」の「七月問題」(原文)

淋しさに宿を立出眺むればいつこも同じ秋の
夕暮けに物哀れなるは家毎にかけわたしたる
新つかのともし火は皆亡魂を祭る其燈籠の中
に如圖角行燈上下方面
及高併四十一寸また云
上下面差九寸也内の積
至てひろからしむる上
下方面幾干と問



答云 上方面九寸 下方面一十八寸



図3 角行灯

資料2 「算額四季詠」の「七月問題」(筆者による 現代語訳. 下線部のみ, 原文のまま)

——その灯籠の中に図のような行灯があり,
上の正方形の一辺の長さ, 下の正方形の一辺
の長さ, および高さを合わせて41寸である.

また, 上の正方形の一辺と下の正方形の一
辺の差は9寸である.

内の積至てひろからしむる(原文) 上の
正方形の一辺と下の正方形の一辺の長さを求
めよ.

答 上の正方形の一辺：9寸,
下の正方形の一辺：18寸

2. 本事例における当初の解釈

この問題で意味が取りにくいのは、「内の積至てひろからしむる」の部分である。平野 (2014, p.19) は、まず以下の解釈で問題に取り組んでいる。

a 行灯の内側の面積が、下方向に至るほど広がるようにする

じつは、問題文には、上の正方形と下の正方形の大小については一切言及がない。ただ、「一辺の差は9寸」とあるだけである。算額に添えられている行灯の図は、上方が小さく、下部が大きい。しかし、一般的に、問題に添えられる図は「代表の図」であって、「特定の図」ではない。いくつも考えられる図の中からの「一例」を示しているに過ぎない。したがって、図で上方が小さく描かれているからといって、答えもそうなるとは限らないのである。実際に上方が広がっている行灯は多く存在する。そこで、出題者は「内の積至てひろからしむる」で a の意味を問題に付け加えた——と考えるわけである。筆者もこの推測は自然であると考えた。

しかし、平野が示す a の解釈をした場合、算額に示されている「上方面九寸、下方面一十八寸」以外の答えが出て来る可能性がある。

上の正方形の一辺の長さを x 寸、下の正方形の一辺の長さを y 寸、高さを h 寸とする。問題の解釈上 $x < y$ である。与えられた条件をもとに方程式を立てると、以下ようになる。

$$x+y+h=41 \cdots \cdots ①$$

$$y-x=9 \cdots \cdots ②$$

算額に示されている答え「 $x=9, y=18$ 」は、たしかに①、②の方程式の解である(この場合は、 $h=14$)。しかし、そもそも、未知数が3つあるのにも関わらず、方程式は2つしか作れない。これでは、解は1つに定まらない。 x も y も h も自然数だという条件があったとしても、 (x, y, h) の解の組は次の通り15通りもある。

$$\begin{aligned} (x, y, h) = & (1, 10, 30), (2, 11, 28), (3, 12, 26), (4, 13, 24), \\ & (5, 14, 22), (6, 15, 20), (7, 16, 18), (8, 17, 16), \\ & (9, 18, 14), (10, 19, 12), (11, 20, 10), (12, 21, 8), \\ & (13, 22, 6), (14, 23, 4), (15, 24, 2) \end{aligned}$$

実際には、このような「自然数条件」は付帯していないので、条件を満たす解は無数に存在することになる。

では、なぜ、出題者は無数の解の中から(9,18,14)だけを答えとしたのか。解が無数に存在することに、気づかなかったのか。算額を奉納するような人が、そのようなミスをするとは考えにくい。つまり、これは問題を解く側の解釈が違っていたと考えるべきであろう。

3. 解釈の変更による新解釈

そこで、平野とともに別の解釈を試みた。そして、問題文「内の積至てひろからしむる」の「積」を、面積ではなく体積ではないかと考えた。さらに、「内の積至てひろからしむる」を次のように解釈した。

b 行灯の内側の体積が、最大になるようにする。

「至る」には「(極限に) 及ぶ、きわまる」という意味がある。また、「ひろからしむる」を「広くする」と考えると b のような解釈になる。「最大値」を考えるということなら、答えは1通りに決まりそうだ。

正四角錐台の上の正方形の面積を S_1 、下の正方形の面積を S_2 とする。このとき正四角錐台の体積 V は、次のように表すことができる。

$$V = \frac{1}{3}h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) \cdots \cdots ③$$

また、 a のときと同様に、上の正方形の一辺の長さを x 寸、下の正方形の一辺の長さを y 寸、高さを h 寸とすると、③式は次のようになる。

$$V = \frac{1}{3}h(x^2 + y^2 + xy) \cdots \cdots ④$$

さて、 x, y, h には次の①、②の関係があった。これらを使って④式を h だけの式に変形する。

$$x+y+h=41 \cdots \cdots ①$$

$$y-x=9 \cdots \cdots ②$$

①式を変形して $x+y=41-h$ とし、両辺を2乗する。また、②式の両辺も2乗する。

$$x^2 + 2xy + y^2 = (41-h)^2 \cdots \cdots ①'$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 81 \cdots \cdots ②'$$

これらの2式の和、差から、次の2式を得る。

$$x^2 + y^2 = \frac{(41-h)^2 + 81}{2}, \quad xy = \frac{(41-h)^2 - 81}{4}$$

さらにこれらを④式に代入し整理する。

$$V = \frac{1}{3}h \left\{ \frac{(41-h)^2 + 81}{2} + \frac{(41-h)^2 - 81}{4} \right\}$$

$$12V = h\{3(41-h)^2 + 81\}$$

$$4V = h\{(41-h)^2 + 27\}$$

$$4V = h^3 - 82h^2 + 1708h$$

ここで、 $f(h) = (\text{右辺})$ とし、この関数の増減を調べるために微分する。

$$\begin{aligned} f'(h) &= 3h^2 + 164h + 1708 \\ &= (h-14)(3h-122) \end{aligned}$$

となり、 $h=14$ のとき極大、 $h=\frac{122}{3} \left(=40\frac{2}{3}\right)$ のときに極小となることがわかる(図4)。

$0 \leq h \leq 41$ という条件において、「内の積至てひろからしむる」のは、 $h=14$ のときだとわかる。算額ではこのときの x, y を尋ねているので、次の連立方程式を解けばよい。

$$x+y=27 \cdots \cdots ①'$$

$$y-x=9 \cdots \cdots ②'$$

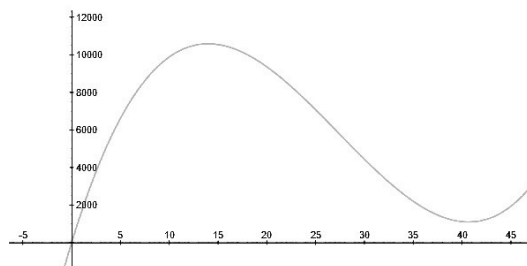


図4 $f(h) = h^3 - 82h^2 + 1708h$ のグラフ

これを解くと、 $x=9, y=18$ になる。これらの解は、問題の答えとして適している。したがって、答えは「上面の1辺は9寸、下面の1辺は18寸」である。算額と同じ答えを得ることができた。つまり、この問題では、「積」を「体積」と解釈するのがより適切であったと考えられる。

Ⅲ. おわりに

1. 本事例検討から見た現在の算数・数学への示唆

ここでは、算額問題を1問取り上げ、問題の解釈の違いにより答えや答えの導き方に違いが現れることを示した。現在の算数・数学の教科書や問題集では、解釈の仕方が複数あるような問題文は、普通はあってはならない。したがって、本稿で紹介したような問題は、一般的には面倒なものだと考えられがちである。しかし、この「複数の解釈」を『「あでもないこうでもない」と考えることができる機会』と積極的に捉えれば、それは楽しみの対象に変わる。これが、筆者が考える「読み取りの妙」という「醍醐味」である。

算額上だけでなく、現実の場面でも複数の解釈が出てくる場合は存在する。しかも、解釈が厳密に1通りしかないはずの場面でさえそれは出現する。筆者は長年中学校で数学を教えてきて、そのような場面は日常茶飯事に見ている。生徒たちは、立式の間違いや計算間違いの前に、そもそも問題の意味を正しく読み取れないことがある。彼らはしっかりと問題を読んだ上で、自分勝手な解釈を行ってしまう。彼らの解釈はとてもバラエティに富んでいるので、教師は彼らがどのような誤解釈をしたのかを読み取るのに苦労することになる。

しかし、このような算額の問題（和算の問題）に取り組む中でなら、教師はその苦労を「醍醐味」として捉えることができる。算額の問題と児童・生徒の誤解釈の分析とを同じように考えるわけにはいかないが、すくなくとも問題の解釈に悩む児童・生徒の気持ちを体験することができる。したがって、「読み取りの妙」と向き合うという経験は、算数・数学を教える立場の者にとって重要であると筆者は考えている。さらに、児童・生徒たちに意図的に複数の解釈ができる問題を与えて取り組ませ、どのように読み取ったのかを交流するという活動をさせれば、解釈の仕方によって答えが異なることを知る経験になると考える。

2. 今後の研究課題

筆者は、現代の私たちが算額問題に取り組む際には、本稿で扱った「読み取りの妙」を含め、以下の3つの「醍醐味」があると考えている。今後、これらの醍醐味についてさらに事例を集める必要がある。

- ・読み取りの妙
- ・当時の文化、風習、生活がわかる
- ・出題者のスタンス(遊び感覚)

なお、本稿で紹介した算額問題には、「読み取りの妙」以外の醍醐味も見受けられるので、簡単に述べておく。

(1) 当時の文化、風習、生活がわかる

本稿で採り上げた問題には、「行灯」という当時の照明器具が登場した。「行灯」を知らないままでは、この問題に取り組むのは難しい。当時なら誰もが「行灯」を知っているだろうが、現在の児童、生徒で「行灯」を知っている者はまれである。したがって、問題に取り組む前に、「行灯」とは何かを調べる必要がある。また、算額問題には、金銀の両替を扱った問題も多く存在する。この場合は、当時の貨幣経済についてあらかじめ調べて知っておかないと解くのが難しい。この「調べる」という作業が、算額問題（和算の問題）に取り組む際の「醍醐味」の一つである。問題を通して、当時の文化、風習、生活に触れられるのである^{注2)}。

(2) 出題者のスタンス(遊び心)

先の「Ⅱ. 3. 解釈の変更による新解釈」では、かなり細かく式変形を見せた。ここまで詳細に示す必要はなかったかもしれない。筆者がここで示したかったのは、この問題が「かなりの難題」であるということである。中学数学の範囲を優に超えている。

しかし、これほど面倒な計算をしたのにもかかわらず、答えはきれいな整数になる。出題者が設定した41寸、9寸というのは、かなり練られた数値であることがわかる。ここに3つめの醍醐味である「出題者のスタンス」を見ることができる。「答えを整数値になるように作問したい」という「こだわり」は、現在の数学教師が作問する際にも通じるものがあり、約180年前の出題者と気持ちを共有できたような気がする。

「こだわり」という点で言えば、問題に使われた歌にもそれを感じる。「さみしさに……」は百人一首に7首ある「一字決まり」の1首である^{注3)}。上の句の「さ」の1文字を聞いただけで、「いづこも同じ……」で始まる下の句の札を決定することができる。本来、この問題の冒頭に歌を使いたいのなら、よく知られた秋の夕暮れ、秋の夜の歌ならなんでもよいはずである。そこにこの歌を選ぶあたり、「(一字決まりの歌の札を取るように) この問題は、すぐにわかりますよ」という出題者の遊び心にあふれたメッセージであるとも受け取れる。

川本(1999,p.104)は、日本人がそれほど数学嫌いの民族とは思えない、むしろ生活の「遊び」あるいは「ゆとり」として無意識に数学を楽しんでいると述べている。文化、風習、生活を絡めることで問題はいきいきとする。出題者のスタンス(遊び心)を混ぜることで、問題に個性が満ちあふれる。しかし、現在の算数・数学の教科書にはこのようなタイプの問題が少ないように思えてならない。

謝辞

「安井金比羅宮奉納算題四季詠」を筆者に紹介してくださり、本研究を進めるきっかけを与えてくださりました平野年光先生(元京都女子大学教授、NPO和算問題教材化研究会 理事長)に深く感謝いたします。

注

- 注1) 算額をつくろうコンクール. 主催: 特定非営利活動法人和算を普及する会. 算額はテレビのクイズ番組や高校・大学の入試問題にも採用され, 学校教育でも関心を集めている. このような数学を昔の人の考えに近い形で考え工夫し, 表現することも数学を楽しむ大切な要素であると考え, 毎年コンクールが開催されている.
- 注2) このことについては, 小寺 (2007, p.11) が同様のことを述べている.
- 注3) 百人一首の歌を上から読んだとき, その歌と他の歌との区別が可能になる最初の字を「決まり字」という. 百首の中で「一字決まり」は全部で7首. それぞれの歌の上の句の1文字目を並べて, 「む・す・め・ふ・さ・ほ・せ」と呼ばれている. 初心者には, 「一字決まり」の歌から覚える人が多い.

文 献

- 平野年光 (2014) 算額問題の教材化 和算. 東京館出版社.
- 川本享二 (1999) 江戸の数学文化. 岩波科学ライブラリー (70), p.104.
- 近畿数学史学会 (1992) 近畿の算額: 数学の絵馬を訪ねて. 大阪図書出版.
- 小寺 裕 (2007) だから楽しい江戸の算額. 研成社.
- 日本数学検定協会 (2015) 算額1・2・3. <https://www.sangaku123.jp/index.html#about>, (参照日:2017年9月7日).
- 佐藤健一 (2005) 和算で遊ぼう!. かんき出版.