

植物の葉の固有振動数のモデル化に関する研究 (2)

Study on the modeling of resonance frequency of a plant leaf (II)

内川 千春・中川 裕・大平 武征・
佐野 元昭・杉本 恒美

桐蔭横浜大学 大学院工学研究科

(2017年3月18日 受理)

I. はじめに

これまでの研究により、小松菜の葉の固有振動数（葉柄のたわみによる葉全体の振動数）を連続的に計測すると1日の内で周期的な変動（日周変動）が見られることが確認されている¹⁻⁴⁾。この変動のパターンは健康時と水ストレス時で異なることから、植物の水ストレス状態を評価する手段として利用できると考えられる。この手段の有効性を示すためには固有振動数の変化の要因を明らかにする必要があり、葉の振動モデルを用いてこれらの現象を説明することを試みている。初めに、小松菜の葉身と葉柄を簡略化したモデルの固有振動数と、先端に集中荷重のある片持ち梁の振動公式から算出される理論値との比較を行ったところ、葉身の重さおよび葉柄の長さ・幅の変化が固有振動数に与える傾向は理論値と概ね一致していることが確認できた⁵⁾。そこで、小松菜の各部位と振動公式の各パラメーターを対応付け、この公式をモデル式とした場合の固有振動数のシミュレーションを行った。

II. パラメーター I 、 M 、 m の近似式の算出

植物の2つの指標の関係を表すのにアロメトリー式がよく用いられる。アロメトリー式は、2つの指標の関係をべき関数 $Y=aX^b$ の形で表す手法である。ここで、 a 、 b はともに定数である。先端集中荷重片持ちの振動公式を図1および式(1)に示す。

$$\omega = \sqrt{\frac{3EI}{L^3(M+0.23m)}} \quad \dots\dots \text{式(1)}$$

式(1)の各パラメーターと小松菜の各部位を表1の様に対応付け、小松菜の成長過程における各部位の値はアロメトリー式を用

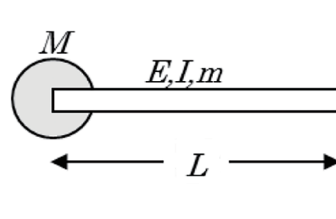


図1 先端集中荷重片持ちの振動公式
 I : 断面2次モーメント [m^4]、 E : ヤング率 [Pa]、
 L : 茎の長さ (ビーム長さ) [m]、 M : 葉の質量 [kg]、
 m : 茎の質量 [kg]

表1 片持ち梁（先端集中荷重）公式の各パラメーターと小松菜の各部位の対応付け

Parameter	Name(plant)	Approx. Eq.	Explanation
E	Young's Modulus	Fixed	3.719×10^7 [Pa]
I	Moment of inertia of area (stalk)	$I = 1.501 \times 10^{-14} X^{2.174}$	X =cross sectional area of stalk [mm^2]
L	Beam Length (stalk)	L =initial value $+0.004/24$	4mm/day
M	Mass (leaf)	$M = 9.00 \times 10^{-2} X^{2.17}$	X : leaf+stalk [m]
m	mass (stalk)	$m = 3.34 \times 10^{-2} X^{2.22}$	X : leaf+stalk [m]

いて予測した。その際、変数 X は非破壊で計測できる値とした。これは、今後、小松菜の葉の固有振動数を連続的に計測しながらシミュレーション式による算出値との比較を行い、シミュレーション式の妥当性を評価できるようにするためである。以下に、各パラメーターのアロメトリー式について説明する。

1. M （葉身生重量）、 m （葉柄生重量）

齢約 30 日から 45 日の日中の小松菜 15 株から 96 枚の葉を採取し、葉身・葉柄の生重量と長さを計測した。葉身生重量、葉柄生重量ともに葉身・葉柄を合わせた長さとの相関が高く、**図 2** および **図 3** の近似式が得られた。

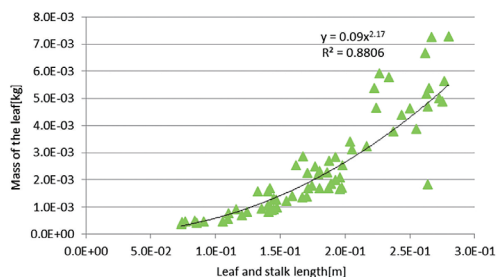


図 2 葉身・葉柄長と葉身生重量の相関

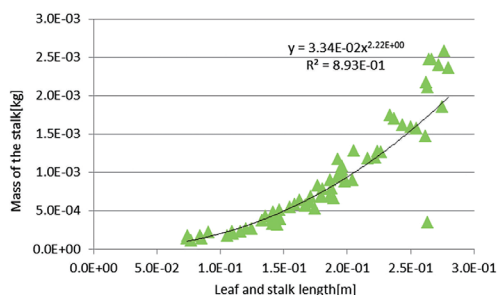


図 3 葉身・葉柄長と葉柄生重量の相関

2. I （葉柄の断面二次モーメント）

II-1 のサンプルの中から 22 サンプルを選び、葉柄中央を薄く切断して写真撮影し、ImageJ を用いて断面積を計測した (**図 4**)。また、葉柄の断面形状を半円であると仮定して半円の断面二次モーメントを算出し (**図 5**、**式 (2)**)、断面積と断面二次モーメントの相関から近似式を得た (**図 6**)。また、葉柄断面積は葉柄長との相関が見られたため、**図 7** の近似式から算出するものとした。

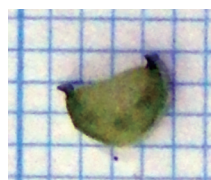


図 4 葉柄断面

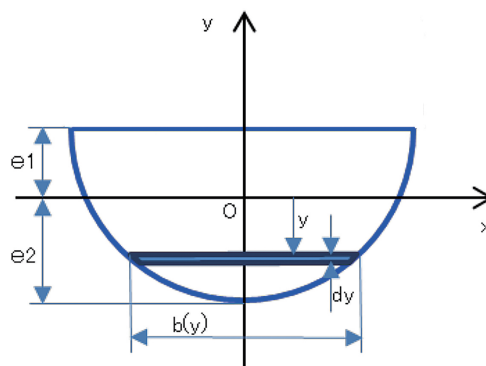


図 5 半円の断面二次モーメント

$$I = \int_{-e_2}^{e_1} b(y)y^2 dy \quad \dots \text{式 (2)}$$

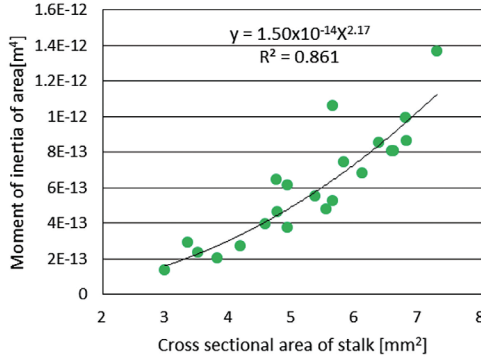


図6 葉柄断面積と断面二次モーメントの相関

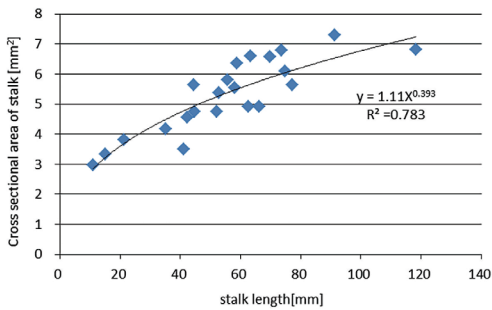


図7 葉柄長と葉柄断面積の相関

Ⅲ. E 、 L および M の日内変化

シミュレーションを行う際、表1の I 、 M 、 m の近似式の変数 X に相当する値の変化量、 E の値、および L の変化量を定める必要がある。これらの設定方法について以下に述べる。

1. E (葉柄ヤング率) について

今回のシミュレーション期間内においては、葉柄ヤング率は一定であると仮定した。

初期値設定のために齢約43日の小松菜の葉の振動数を計測した後、葉柄を根元から切り取り、 M (葉柄生重量)、 m (葉柄生重量)、 L (葉柄長) を測定し、前節と同様の手順で I (葉柄の断面二次モーメント) を算出した。これらの値を式(1)に代入して求めた E (葉柄ヤング率) = 3.719×10^7 [Pa]を用いた。

図8に計測葉の写真を示す。



図8 計測葉 (矢印)

2. L (葉柄長) の成長速度

1日の葉柄の伸長は生育期間中一定ではないが、今回のシミュレーション期間においては4mm/dayとし、各日24時間均等に伸長するものと仮定した。

3. 葉身の含水比変化に伴う葉身生重量の日内変化

葉身の含水比の日内変化を調べるために以下の実験を行った。

(1) 方法

齢約42日のプランター植えの小松菜8株のうち、4株を実験前日18:00以降から翌朝9:00まで遮光状態にする夜間グループとした。9:00に夜間グループ4株から29枚、14:30に昼間グループ4株から27枚の葉を採取し、生重量計測後105℃の定温恒温器で乾燥させ、式(3)により含水比を求めた。

$$\text{含水比} = (\text{生重量} - \text{乾物重量}) / \text{乾物重量} \quad \dots\dots \text{式(3)}$$

(2) 結果

夜間グループの含水比の平均は13.42、昼間グループの含水比の平均は10.95であり、その差は2.5であった。光合成の盛んな昼間は蒸散により葉身の含水比が減少していると考えられる。そこで、実験室での日照時間6:00-18:00のうち、6:00-14:00は光合成が活発になり葉身の含水比が減少(葉柄生重量減少)、14:00から翌朝6:00までは含水比が増

加（葉身生重量増加）するものと仮定し、その差が最大で2.5になるように葉身生重量を変化させた。

IV. シミュレーション結果

今回のシミュレーションの初期値は齢約43日の小松菜の葉の実測値を用いた。各パラメーターの初期値を表2に示す。また、 M および m の算出に使用する葉身+葉柄長の初期値は0.237[m]であった。これらを初期値として、4日分の固有振動数を1時間おきに式(1)より算出した結果を図9に示す。図10は健康時の小松菜の固有振動数を一定期間計測した結果例である。

表2 Initial values

Parameter	Initial value
f (resonance frequency)[Hz]	3.4 ($\omega=2\pi f$)
M (mass of a leaf)[Kg]	3.77×10^{-3}
m (mass of a stalk)[Kg]	1.70×10^{-3}
L (stalk length)[m]	8.74×10^{-2}
I (moment of inertia of area) [m ⁴]	1.135×10^{-11}

V. まとめと今後の課題

実測による固有振動数の日周変動例（図10）は、各日の昼の12:00付近に最大値、夜の0:00から6:00付近で最小値を示す。また、成長に伴い固有振動数が小さくなっていく。シミュレーション結果（図9）においても同様の変動傾向を示している事が確認できた。今回のシミュレーションにおいては、昼夜における葉身含水比の変化のみが固有振動数の日周変動の要因となっているが、実測の日周変動と比較すると日内における固有振動数の変動幅が小さいことから、別の要因についても検討する必要があると思われる。また、ここでは葉柄の成長速度・葉身含水比の日内変化量は直線的に増減させ、葉柄ヤング率は

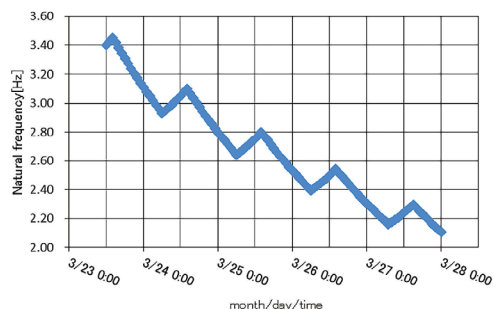


図9 シミュレーション結果例

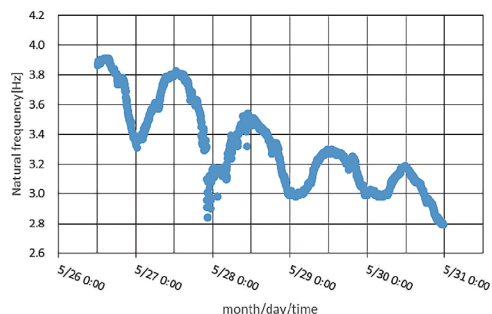


図10 健康時の小松菜の固有振動数の連続計測例（点灯時間6:00-18:00）

日変化しないものとしたが、これらのパラメーターは日周変動の勾配に影響すると考えられるため、より詳細な変化量を明らかにし、モデル式に反映させていく予定である。実測に近い日周変動を再現するモデル式の確立は、水ストレス時の日周変動パターン変化の要因解明の一助となると思われる。日周変動のパターンから小松菜の健康状態を把握し、精密な灌水制御を行うこと、また、これらの方法による節水効果について検討していくのが今後の課題である。

謝辞

本研究は、JSPS 科研費 15K07681、16K07974 の助成を受けて実施されたものである。

【参考文献】

- 1) Tsuneyoshi Sugimoto, Yutaka Nakagawa,

- Takashi Shirakawa, Motoaki Sano, Motoyoshi Ohaba, and Sakae Shibusawa: Study on Water Distribution Imaging in the Sand Using Propagation Velocity of Sound with Scanning Laser Doppler Vibrometer, *Jpn. J. Appl. Phys.* 52, 07HC04, 2013.
- 2) Motoaki Sano, Tsuneyoshi Sugimoto, Hiroshi Hosoya, Motoyoshi Ohaba, and Sakae Shibusawa: Basic Study on Estimating Water Stress of a Plant Using Vibration Measurement of Leaf, *Jpn. J. Appl. Phys.*, 52, 07HC13, 2013.
 - 3) 佐野元昭・佐野紘和・杉原敏昭・杉本恒美・大幅元吉・洪澤栄：葉の振動計測による植物給水ニーズ推定に関する基礎検討, 音響春季講論集, pp.1367-1368, 2013.
 - 4) Motoaki Sano, Yutaka Nakagawa, Tsuneyoshi Sugimoto, Takashi Shirakawa, Kaoru Yamagishi, Toshiaki Sugihara, Motoyoshi Ohaba, and Sakae Shibusawa: Estimation of Water Stress of Plant by Vibration Measurement of Leaf using Acoustic Radiation Force, *Acoust. Sci. & Tech.*, 36, pp.248-253, 2015.
 - 5) 内川千春・杉本恒美・佐野元昭・中川裕：植物の葉の固有振動数のモデル化に関する研究, 桐蔭論叢, 34, pp.139-144, 2016.