

# 植物の葉の固有振動数のモデル化に関する研究

Study on the modeling of the natural frequency of a plant leaf

内川 千春、杉本 恒美、佐野 元昭、中川 裕

桐蔭横浜大学大学院工学研究科

(2016年3月28日 受理)

## 1. はじめに

これまでに本研究室では、超節水農業技術の開発を目的として、植物の水ストレス状態を音波を用いて検出する方法を検討してきた。植物は小松菜を用いており、地上部から水ストレスを認識する手段として、葉の固有振動数（葉柄のたわみによる葉全体の振動数）の連続的な計測が有効であることを示した<sup>1-4)</sup>。現段階では、この計測により以下の現象が見られることが確認されている。

- ①葉の固有振動数は、1日の内で周期的な変動（日周変動）をしており、健全な葉においては、昼間は固有振動数が高く、夜間は低くなる傾向がある。
- ②成長するに従い日周変動は小さくなる。
- ③水ストレスを与えると日周変動の周期にずれが生じ、しおれ時には固有振動数が小さくなる。

水ストレス状態については、目視や水分センサーによる認識も可能であるが、これらの方法によるよりも早い段階で日周変動の周期のずれが確認できることが明らかになっている。しかし、日周変動およびその周期にずれが起こる仕組みはまだ明らかになっていない。そこで、葉の振動モデルを用いることにより、

これらの現象の原因を解明することを試みている。葉の振動数については、先端に集中荷重のある片持ち梁の振動公式により近似できるのではないかと考え、まずは、小松菜の葉身と葉柄を簡略化したモデルを作製し、葉の重さ、茎の長さ・幅を変化させて固有振動数を計測した。次に、計測された振動数と、片持ち梁の振動公式から算出される理論値との比較を行った。

## 2. 片持ち梁の振動公式と葉のモデルによる検討

### 2.1 片持ち梁の振動公式

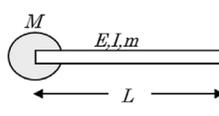
小松菜の葉身と葉柄を単純化したモデルとして、片持ち梁を考える。先端に集中荷重  $M$  のある長さ  $L$  の梁の振動数は Eq. 1 により与えられる。

### 2.2 葉のモデルの構造

Eq. 1 を元に、モデル (Fig. 1) を作製し、葉の重さおよび茎の長さ・幅の変化が振動数に与える影響を調べた。葉の重さは紙の枚数により調節した。茎部分は、茎幅の異なるものを用意し、固定位置を変えることにより茎の長さを変化させた。

UCHIKAWA Chiharu<sup>1</sup>, SUGIMOTO Tsuneyoshi<sup>1</sup>, SANO Motoaki<sup>1</sup> and NAKAGAWA Yutaka<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Graduate school of Engineering, Toin University of Yokohama: 1614 Kurogane-cho, Aoba-ku, Yokohama 225-8503, Japan

$$\omega = \sqrt{\frac{3EI}{L^3(M+0.23m)}}$$


E: ヤング率 [Pa], I: 断面二次モーメント[m<sup>4</sup>]  
L: 梁の長さ[m], M: 荷重の質量[kg], m: 梁の自重[kg]

Eq. 1 片持ち梁（先端集中荷重）の振動公式と模型仕様

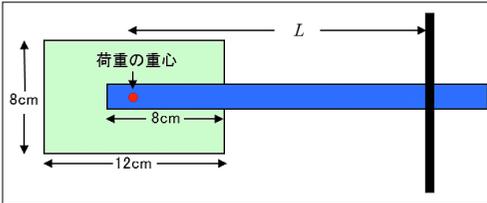


Fig. 1 模型仕様  
葉部分：紙 12 cm × 8 cm、0.58 g/枚  
茎部分：下敷き 厚さ 0.65 mm  
L：固定端から荷重重心までの距離

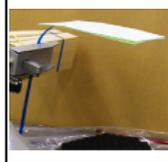
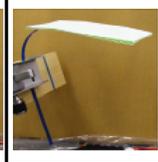
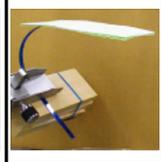
length of the stalk(cm)		
10	12	14
		

Fig. 2 茎の長さとなわみ具合

### 2.3 実験方法

葉の質量と茎の長さ・幅には以下の通りの変化を与えるものとする。

葉の質量： 1枚 0.58 g、3枚 1.75 g、6枚 3.52 g、9枚 5.23 g、12枚 6.96 g、15枚 8.71 g、18枚 10.5 g

茎幅： 5、10、15 mm

茎の長さ（固定端から重心までの距離）：  
10、12、14、16、18 cm

上記全ての組み合わせについて、各10回ずつ振動を計測した。茎を水平に固定して測

Table 1 理論値算出に用いた I と m の値

	I [m <sup>4</sup> ]	m [kg]				
		10cm	12cm	14cm	16cm	18cm
5mm	1.1E-13	5.30E-04	6.18E-04	7.07E-04	7.95E-04	8.84E-04
10mm	2.3E-13	1.06E-03	1.24E-03	1.41E-03	1.59E-03	1.77E-03
15mm	3.4E-13	1.59E-03	1.86E-03	2.12E-03	2.39E-03	2.65E-03

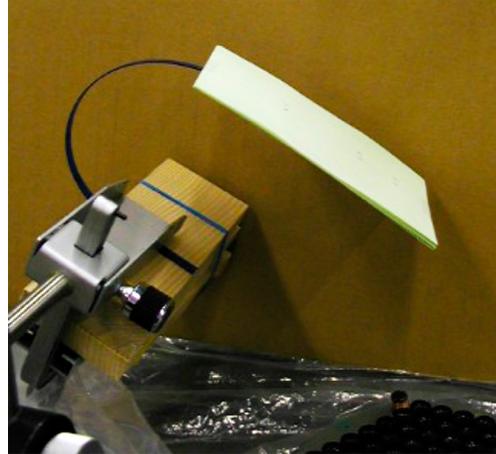


Fig. 3 葉を水平に固定できないケース

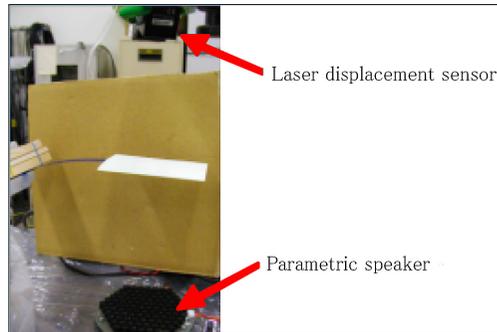


Fig. 4 実験セットアップ

定を行うと葉の重さで茎が下にたわみ、振り子の振動とほぼ一致する振動数が計測されたため、葉が水平になるように固定した。このため、茎の長さが長くなるのに伴いたわみが生じている (Fig. 2)。茎のたわみが大きくなり葉を水平に固定できないような組み合わせについては計測を行わなかった (Fig. 3)。

また、模型のすべての組み合わせに対応す

Eq. 2 片持ち梁の振動公式

$$\omega = \left(\frac{1.875}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$

$$\omega = 2\pi f$$

E: ヤング率 [Pa]  
I: 断面二次モーメント [m<sup>4</sup>]  
L: 梁の長さ [m]  
A: 梁の断面積 [m<sup>2</sup>]  
 $\rho$ : 梁の密度 [kg/m<sup>3</sup>]

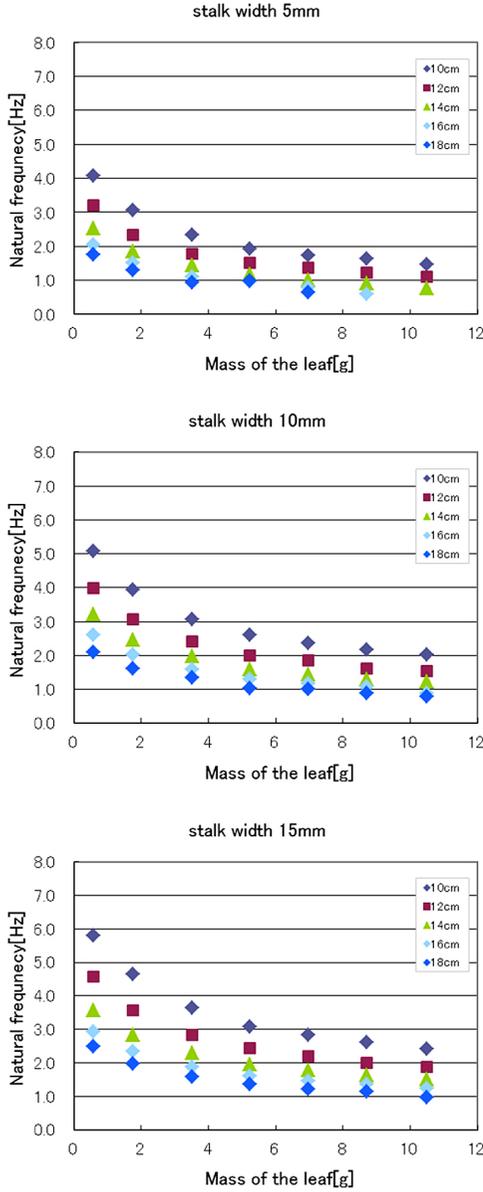


Fig. 5 模型を用いた実測値

る理論値を Eq. 1 より算出した。式中の  $I$  と  $m$  については、茎幅・長さごとに算出した値を用いた (Table 1)。ヤング率  $E$  は、荷重なしで各幅・長さごとの固有振動数を計測し、荷重なしの片持ち梁の振動公式 (Eq. 2) より逆算して得られた平均値  $2.6 \times 10^9$  を用いた。

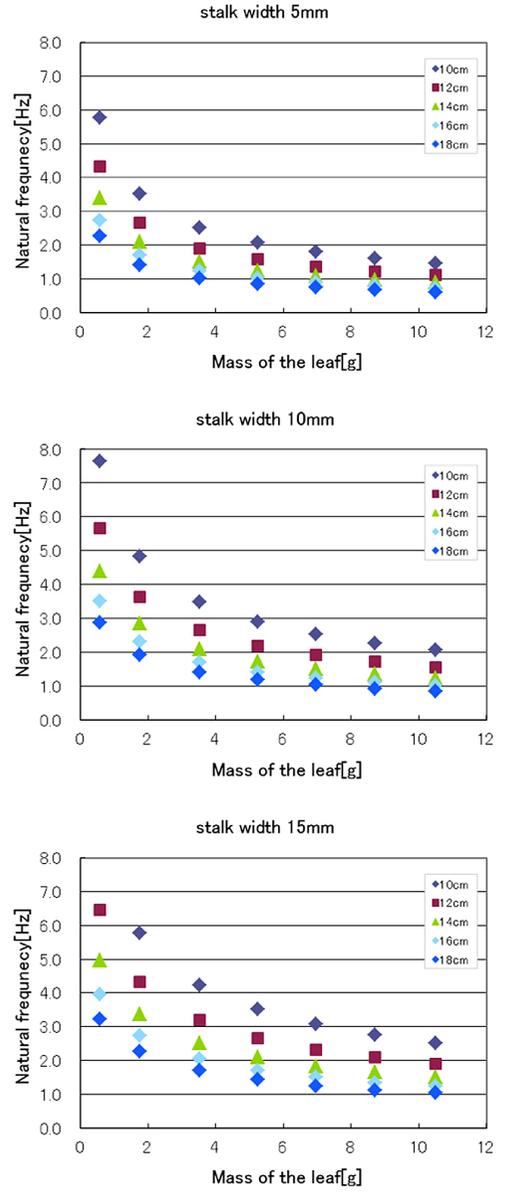


Fig. 6 Eq. 1 より算出した理論値

## 2.4 実験セットアップ

葉の模型を用いた実験セットアップ写真を Fig. 4 に示す。模型の下方 13 ~ 17 cm に音源となるパラメトリックスピーカー、上方約 15 cm の位置にレーザー変位計を設置した。20 s おきに 40 kHz, 2 V<sub>pp</sub> の sin 波 4000 cycles (0.1s) を照射して模型の葉を振動させ、サンプリングタイム 10 ms で 10 s 間波形を

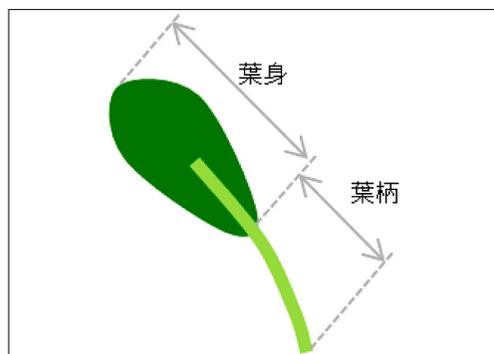


Fig. 7 小松葉の部位名称

取得した。

## 2.5 結果および考察

葉と茎の各組合せにおける振動計測 10 回の平均値をその模型の固有振動数とした。Fig. 5 に模型を用いた実測値を、Fig. 6 に Eq.1 より算出した理論値を示す。いずれの茎幅においても、葉が軽く、茎が短いほど理論値と実測値との間に差が見られるものの、全体の傾向は一致していることが確認できる。葉・茎部の値の変化が固有振動数に与える影響としては、固有振動数は葉が重くなるに従い小さくなり、茎幅が大きくなるに従い大きくなることが挙げられる。また、葉の重さの変化が固有振動数に与える影響は、茎が短いほど大きいことがわかる。

ここで、Eq. 1 は、先端に集中荷重のある梁がたわみなしで水平に固定されおり、梁の振動はごく微小であることを前提としている。これに対して、模型の茎にはたわみが生じており (Fig. 2)、振動の変位は  $\pm 5 \text{ mm} \sim 20 \text{ mm}$  程度であるため前提条件は異なっている。しかし、葉の質量および茎の長さ・幅に対する固有振動数の依存性は同じであると考えられるため、Eq. 1 を葉の振動のモデル式として用いる方向で検討を進めることとする。

## 3. 小松葉への応用

葉の振動モデルとして Eq. 1 を用いるにあたり、各パラメーターと小松葉の部位 (Fig.

7) を対応付けると、 $M$ : 葉身質量、 $m$ : 葉柄質量、 $E$ : 葉柄ヤング率、 $I$ : 葉柄断面二次モーメント、 $L$ : 葉柄長となる。この対応付けにより、これまでに確認されている現象 (①~③) のうち、①②についてはモデル式のパラメーターを用いて以下の様に説明することができる。まず、現象①の要因として葉身の質量の変化が考えられる。植物は、光合成を行う昼間は蒸散により葉内の水分量が減少し、光合成を行わない夜間は葉内の水分量が増加することが知られており、葉内の水分量の変化は葉身の質量  $M$  の変化に対応する。モデル式より、 $M$  の増加は  $\omega$  の減少に、 $M$  の減少は  $\omega$  の増加につながることは明らかであり、昼夜の葉身質量の変化が葉の固有振動数の日周変動のひとつの要因であると考えられる。現象②の要因は、小松葉が成長するに従い葉柄が長くなることであると思われる。葉柄の成長は  $L$  の増加に対応し、モデル式から  $L$  の増加が固有振動数減少に大きく関わっていることが確認できる。

## 4. まとめと今後の課題

簡略化した葉の模型を用いて、片持ち梁の振動公式との比較を行った結果、実測値と理論値との間には差が見られるものの、全体の傾向は一致していることが明らかになった。また、葉の質量および茎の長さ・幅に対する固有振動数の依存性は同じであることが確認できたため、片持ち梁の公式を葉の振動モデル式として、葉の固有振動数の変動の要因についての検討を進めていくこととする。しかしながら、小松葉の形状や振動時の状態はモデル式とは前提条件が異なるため、モデル式そのものの妥当性についても考慮する必要がある。

最終的には葉の振動モデル式を明らかにした上で、非破壊で計測できる値 (葉柄長・葉身長・葉面積など) からモデル式中のパラメーターを近似し、葉の固有振動数変化のシミュレーションを実現することを目指している。

植物が水ストレスを検知してからしおれに至るまでの葉の振動数の変化をモデル式で示すことにより、非破壊で植物の詳細な健康状態を把握することが可能になると考える。

#### 謝辞

本研究を進めるに当たり、ご指導を頂きました杉本恒美教授、佐野元昭教授、中川裕氏に感謝いたします。

本研究は、JSPS 科研費 25450387 の助成を受けて実施されたものである。

#### 【参考文献】

- 1) T. Sugimoto *et al.*, Jpn. J. Appl. Phys., 52, 07HC04, 2013.
- 2) M. Sano *et al.*, Jpn. J. Appl. Phys., 52, 07HC13, 2013.
- 3) 佐野 他, 音響春季講演論文集, 3-p.5-10, pp.1363-1364, 2014.
- 4) M. Sano *et al.*, Acoust. Sci. & Tech., 36, pp.248-253, 2015.